数学建模讲座

优化建模与LINDO/LINGO优化软件

谢金星
清华大学数学科学系
Tel: 010-62787812
Email:jxie@math.tsinghua.edu.cn
http://faculty.math.tsinghua.edu.cn/~jxie

简要提纲

1. 优化模型与优化软件简介
2. LINDO公司的主要软件产品及功能简介
3. LINDO / LINGO软件的使用简介
4. 建模与求解实例（结合软件使用）

1. 优化模型与优化软件简介

优化模型和优化软件的重要意义

(最)优化:在一定条件下,寻求使目标最大(小)的决策

最优化是工程技术、经济管理、科学研究、社会生活中经常遇到的问题, 如:

结构设计 资源分配 生产计划 运输方案

解决优化问题的手段

- 经验积累，主观判断
- 作试验，比优劣
- 建立数学模型(优化模型)，求最优策略(决策)

CUMCM赛题：约一半以上与优化有关，需用软件求解

(最)优化理论是运筹学的基本内容

OR/ MS/ DS

- 运筹学(OR: Operations/Operational Research)
- 管理科学(MS: Management Science)
- 决策科学 (DS: Decision Science)

优化(Optimization), 规划(Programming)

无约束优化 | 线性规划 | 非线性规划 | 整数规划 | 组合优化 | 不确定规划 | 多目标规划 | 目标规划 | 网络优化 | 动态规划

优化问题的一般形式

优化问题三要素：决策变量；目标函数；约束条件

$$\min \quad f(x) \quad \text{目标函数}$$
$$s.t. \quad h_i(x)=0,\ i=1,\dots,m$$
$$g_j(x)\le 0,\ j=1,\dots,l$$
$$x\in D\subseteq \Re^n$$

约束条件

决策变量

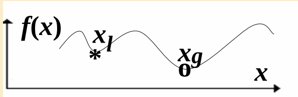
- 可行解（满足约束）与可行域（可行解的集合）
- 最优解（取到最小 / 大值的可行解）

无约束优化: 最优解的分类和条件

给定一个函数 $f(x)$, 寻找 x^* 使得 $f(x^*)$最小，即

$$\underset{x}{Min}\ f(x) \quad 其中 \quad x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T \in \Re^n$$

局部最优解 全局最优解



⇩

必要条件 $\nabla f(x^*)=(f_{x_1},\cdots,f_{x_n})^T=0$

充分条件 $\nabla f(x^*)=0, \nabla^2 f(x^*)>0$

$$\nabla^2 f=\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right]_{n\times n}$$

Hessian阵

最优解在可行域边界上取得时不能用无约束优化方法求解

约束优化的简单分类

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ s.t. \quad & h_i(x)=0,\ i=1,\dots,m \\ & g_j(x)\le 0,\ j=1,\dots,l \\ & x\in D\subseteq \Re^n \end{aligned}$$

数学规划

连续优化

- 线性规划(LP) 目标和约束均为线性函数
- 非线性规划(NLP) 目标或约束中存在非线性函数
  - ✓ 二次规划(QP) 目标为二次函数、约束为线性

离散优化

- 整数规划(IP) 决策变量(全部或部分)为整数
  - ✓ 整数线性规划(ILP)，整数非线性规划(INLP)
  - ✓ 纯整数规划(PIP), 混合整数规划(MIP)
  - ✓ 一般整数规划，0-1（整数）规划

常用优化软件

1. LINDO/LINGO软件
2. MATLAB优化工具箱
3. EXCEL软件的优化功能
4. SAS(统计分析)软件的优化功能
5. 其他

MATLAB优化工具箱能求解的优化模型

优化工具箱3.0 (MATLAB 7.0 R14)

连续优化

- 无约束优化
  - 非线性极小 fminunc
  - 非光滑(不可微)优化 fminsearch
  - 非线性方程(组) fzero fsolve
  - 非线性最小二乘 lsqnonlin lsqcurvefit
  - 全局优化 暂缺
- 约束优化
  - 线性规划 linprog
  - 二次规划 quadprog
  - 非线性规划 fmincon fminimax fgoalattain fseminf
  - 约束线性最小二乘 lsqnonneg lsqlin
  - 上下界约束 fminbnd fmincon lsqnonlin lsqcurvefit

离散优化

- 纯0-1规划 bintprog
- 一般IP(暂缺)

---

2. LINDO公司的主要软件产品及功能简介

LINDO 公司软件产品简要介绍

美国芝加哥(Chicago)大学的Linus Schrage教授于1980年前后开发, 后来成立 LINDO系统公司（LINDO Systems Inc.）， 网址：http://www.lindo.com

LINDO: Linear INteractive and Discrete Optimizer	(V6.1)
LINGO: Linear INteractive General Optimizer	(V8.0)
LINDO API: LINDO Application Programming Interface	(V2.0)
What's Best!: (SpreadSheet e.g. EXCEL)	(V7.0)

演示(试用)版、学生版、高级版、超级版、工业版、扩展版…（求解问题规模和选件不同）

LINDO和LINGO软件能求解的优化模型

优化模型

连续优化

整数规划(IP)

线性规划 (LP)

二次规划 (QP)

非线性规划 (NLP)

LINDO

LINGO

LINDO/LINGO软件的求解过程

1. 确定常数

2. 识别类型

LINDO/LINGO预处理程序

LP QP NLP IP 全局优化(选)

分枝定界管理程序

ILP IQP INLP

线性优化求解程序

非线性优化求解程序

1. 单纯形算法

2. 内点算法(选)

1、顺序线性规划法(SLP)

2、广义既约梯度法(GRG) (选)

3、多点搜索(Multistart) (选)

建模时需要注意的几个基本问题

1、尽量使用实数优化，减少整数约束和整数变量

2、尽量使用光滑优化，减少非光滑约束的个数

如：尽量少使用绝对值、符号函数、多个变量求最大/最小值、四舍五入、取整函数等

3、尽量使用线性模型，减少非线性约束和非线性变量的个数 （如$x/y<5$ 改为$x<5y$）

4、合理设定变量上下界，尽可能给出变量初始值

5、模型中使用的参数数量级要适当 (如小于10^3)

3. LINDO / LINGO软件的使用简介

需要掌握的几个重要方面

1、LINDO:

正确阅读求解报告（尤其要掌握敏感性分析）

2、LINGO:

掌握集合(SETS)的应用；

正确阅读求解报告；

正确理解求解状态窗口；

学会设置基本的求解选项(OPTIONS)；

掌握与外部文件的基本接口方法

例1 加工奶制品的生产计划

1桶牛奶 或 12小时 → 3公斤A_1 → 获利24元/公斤

8小时 → 4公斤A_2 → 获利16元/公斤

每天： 50桶牛奶 时间480小时 至多加工100公斤A_1

制订生产计划，使每天获利最大

- 35元可买到1桶牛奶，买吗？若买，每天最多买多少?
- 可聘用临时工人，付出的工资最多是每小时几元?
- A_1的获利增加到 30元/公斤，应否改变生产计划？

1桶牛奶 或 12小时 → 3公斤A_1 → 获利24元/公斤

1桶牛奶 或 8小时 → 4公斤A_2 → 获利16元/公斤

每天 **50桶牛奶** 时间**480小时** 至多加工**100公斤A_1**

决策变量 x_1桶牛奶生产A_1 x_2桶牛奶生产A_2

目标函数 获利 $24\times 3x_1$ 获利 $16\times 4x_2$

每天获利 $Max\ z = 72x_1 + 64x_2$

约束条件

原料供应	$x_1 + x_2 \le 50$
劳动时间	$12x_1 + 8x_2 \le 480$
加工能力	$3x_1 \le 100$
非负约束	$x_1, x_2 \ge 0$

线性规划模型(LP)

模型求解

Milk01.ltx

```
max 72x1+64x2
st
2) x1+x2<50
3) 12x1+8x2<480
4) 3x1<100
end
```

DO RANGE (SENSITIVITY) ANALYSIS? No

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3360.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	20.000000	0.000000
X2	30.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	48.000000
3)	0.000000	2.000000
4)	40.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 2

20桶牛奶生产A_1, 30桶生产A_2，利润3360元。

模型求解

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3360.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	20.000000	0.000000
X2	30.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	48.000000
3)	0.000000	2.000000
4)	40.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 2

reduced cost值表示当该非基变量增加一个单位时（其他非基变量保持不变）目标函数减少的量(对**max**型问题)

也可理解为：

为了使该非基变量变成基变量，目标函数中对应系数应增加的量

结果解释

```
max 72x1+64x2
st
2) x1+x2<50
3) 12x1+8x2<480
4) 3x1<100
end
```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3360.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	20.000000	0.000000
X2	30.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	48.000000
3)	0.000000	2.000000
4)	40.000000	0.000000

三种资源

原料无剩余

时间无剩余

加工能力剩余**40**

“资源” 剩余为零的约束为紧约束（有效约束）

结果解释

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3360.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	20.000000	0.000000
X2	30.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	48.000000
3)	0.000000	2.000000
4)	40.000000	0.000000

最优解下“资源”增加1单位时“效益”的增量

影子价格

原料增**1**单位, 利润增**48**

时间加**1**单位, 利润增**2**

能力增减不影响利润

- **35**元可买到**1**桶牛奶，要买吗？ **35 <48,** 应该买！
- 聘用临时工人付出的工资最多每小时几元？ **2**元！

结果解释

DO RANGE(SENSITIVITY) ANALYSIS? Yes

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	72.000000	24.000000	8.000000
X2	64.000000	8.000000	16.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	50.000000	10.000000	6.666667
3	480.000000	53.333332	80.000000
4	100.000000	INFINITY	40.000000

最优解不变时目标系数允许变化范围 (约束条件不变)

x_1系数范围**(64,96)**

x_2系数范围**(48,72)**

- A_1获利增加到 **30**元/千克，应否改变生产计划

x_1系数由$24\times 3=$ **72** 增加为$30\times 3=$ **90**，在允许范围内

不变！

优化模型

结果解释

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	72.000000	24.000000	8.000000
X2	64.000000	8.000000	16.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	50.000000	10.000000	6.666667
3	480.000000	53.333332	80.000000
4	100.000000	INFINITY	40.000000

影子价格有意义时约束右端的允许变化范围

(目标函数不变)

注意: 充分但可能不必要

原料最多增加10

时间最多增加53

• 35元可买到1桶牛奶，每天最多买多少？ 最多买10桶？

优化模型

使用LINDO的一些注意事项

1. “>”（或“<”）号与“>=”（或“<=”）功能相同
2. 变量与系数间可有空格(甚至回车), 但无运算符
3. 变量名以字母开头，不能超过8个字符
4. 变量名不区分大小写（包括LINDO中的关键字）
5. 目标函数所在行是第一行，第二行起为约束条件
6. 行号(行名)自动产生或人为定义。行名以“）”结束
7. 行中注有“!”符号的后面部分为注释。如:
   ! It’s Comment.
8. 在模型的任何地方都可以用“TITLE” 对模型命名（最多72个字符），如:
   TITLE This Model is only an Example

优化模型

使用LINDO的一些注意事项

9. 变量不能出现在一个约束条件的右端
10. 表达式中不接受括号“( )”和逗号“,”等任何符号, 例: 400(X1+X2)需写为400X1+400X2
11. 表达式应化简，如2X1+3X2- 4X1应写成 -2X1+3X2
12. 缺省假定所有变量非负；可在模型的“END”语句后用“FREE name”将变量name的非负假定取消
13. 可在 “END”后用“SUB” 或“SLB” 设定变量上下界
    例如：“sub x1 10”的作用等价于“x1<=10”
    但用“SUB”和“SLB”表示的上下界约束不计入模型的约束，也不能给出其松紧判断和敏感性分析。
14. “END”后对0-1变量说明：INT n 或 INT name
15. “END”后对整数变量说明：GIN n 或 GIN name

优化模型

二次规划 (QP) 问题

• LINDO可求解二次规划(QP)问题，但输入方式较复杂，因为在LINDO中不许出现非线性表达式
• 需要为每一个实际约束增加一个对偶变量（LAGRANGE乘子），在实际约束前增加有关变量的一阶最优条件，转化为互补问题
• “END”后面使用QCP命令指明实际约束开始的行号，然后才能求解
• 建议总是用LINGO解QP

[注意]对QP和IP: 敏感性分析意义不大

优化模型

状态窗口（LINDO Solver Status）

• 当前状态：已达最优解
• 迭代次数：18次
• 约束不满足的“量”(不是“约束个数”)：0
• 当前的目标值：94
• 最好的整数解：94
• 整数规划的界：93.5
• 分枝数：1
• 所用时间：0.00秒（太快了，还不到0.005秒）
• 刷新本界面的间隔:1(秒)

优化模型

选项设置

Options . . .

Nonzero Limit：非零系数的个数上限；
Iteration Limit：最大迭代步数；
Initial Contraint Tol：约束的初始误差上限；
Final Contraint Tol：约束的最后误差上限；
Entering Var Tol：进基变量的REDUCED COST的误差限；
Pivot Size Tol：旋转元的误差限

• Preprocess：预处理(生成割平面);
• Preferred Branch：优先的分枝方式：
  “Default”（缺省方式）、
  “Up”（向上取整优先）、
  “Down”（向下取整优先）；
• IP Optimality Tol：IP最优值允许的误差上限（一个百分数，如5%即0.05）；
• IP Objective Hurdle：IP目标函数的篱笆值，即只寻找比这个值更优最优解（如当知道当前模型的某个整数可行解时，就可以设置这个值）；
• IP Var Fixing Tol：固定一个整数变量取值所依据的一个上限（如果一个整数变量的判别数（REDUCED COST）的值很大，超过该上限，则以后求解中把该整数变量固定下来）。

Report/Statistics

```
ROWS=     5 VARS=     4 INTEGER VARS=     2(     0 = 0/1)  QCP=     4
NONZEROS=     19 CONSTRAINT NONZ=     12(     6 = +-1) DENSITY=0.760
SMALLEST AND LARGEST ELEMENTS IN ABSOLUTE VALUE=   0.300000        277.000
OBJ=MIN, NO. <,=,>:     2     0     2, GUBS <=     1 VUBS >=     0
SINGLE COLS=     0 REDUNDANT COLS=     0
```

第一行：模型有5行（约束4行），4个变量，两个整数变量（没有0-1变量），从第4行开始是二次规划的实际约束。

第二行：非零系数19个，约束中非零系数12个(其中6个为1或-1)，模型密度为0.760(密度=非零系数/[行数＊(变量数＋1)])。

第三行的意思：按绝对值看，系数最小、最大分别为0.3和277。

第四行的意思：模型目标为极小化；小于等于、等于、大于等于约束分别有2、0、2个；广义上界约束（GUBS）不超过1个；变量上界约束（VUBS）不少于0个。所谓GUBS，是指一组不含有相同变量的约束；所谓VUBS，是指一个蕴涵变量上界的约束，如从约束X1+X2-X3=0可以看出，若X3=0，则X1=0，X2=0（因为有非负限制），因此X1+X2-X3=0是一个VUBS约束。

第五行的意思：只含1个变量的约束个数= 0 个；冗余的列数= 0 个

LINDO行命令、命令脚本文件

WINDOWS环境下行命令的意义不大

批处理：可以采用命令脚本（行命令序列）

Example 演示

Milk02.lpk　Milk03.lpk

Bat01.txt → **SAVE行命令**　**FILE / SAVE命令**

用**FILE / TAKE COMMANDS (F11)** 命令调入

必须是以**LINDO PACKED**形式（压缩）保存的文件

LINGO软件简介

LINGO模型的优点

- 包含了LINDO的全部功能
- 提供了灵活的编程语言（矩阵生成器）

LINGO模型的构成：5个段

- 目标与约束段
- 集合段（SETS　ENDSETS）
- 数据段（DATA　ENDDATA）
- 初始段（INIT　ENDINIT）
- 计算段 (CALC ENDCALC) - LINGO9.0

LINGO模型 — 例：选址问题

某公司有6个建筑工地，位置坐标为(a_i, b_i) (单位：公里)，水泥日用量d_i (单位：吨)

i	1	2	3	4	5	6
a	1.25	8.75	0.5	5.75	3	7.25
b	1.25	0.75	4.75	5	6.5	7.75
d	3	5	4	7	6	11

假设：料场和工地之间有直线道路

1)现有 2 料场，位于 A (5, 1), B (2, 7), 记(x_j,y_j),j=1,2, 日储量 e_j 各有 20 吨。

目标：制定每天的供应计划，即从 A, B 两料场分别向各工地运送多少吨水泥，使总的吨公里数最小。

决策变量：c_{ij} (料场j到工地i的运量）~12维

线性规划模型

$$\min \sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{6} c_{ij}[(x_j-a_i)^2+(y_j-b_i)^2]^{1/2}$$

$$s.t.\quad \sum_{j=1}^{2} c_{ij}=d_i,\quad i=1,\dots,6$$

$$\sum_{i=1}^{6} c_{ij}\le e_j,\quad j=1,2$$

用例中数据计算，最优解为

i	1	2	3	4	5	6
c_{i1}（料场 A）	3	5	0	7	0	1
c_{i2}（料场 B）	0	0	4	0	6	10

总吨公里数为136.2

选址问题：NLP

2）改建两个新料场，需要确定新料场位置(x_j,y_j)和运量c_{ij}，在其它条件不变下使总吨公里数最小。

$$\min \sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{6} c_{ij}[(x_j-a_i)^2+(y_j-b_i)^2]^{1/2}$$

$$s.t.\quad \sum_{j=1}^{2} c_{ij}=d_i,\quad i=1,\dots,6$$

$$\sum_{i=1}^{6} c_{ij}\le e_j,\quad j=1,2$$

决策变量：c_{ij}, (x_j,y_j)~16维

非线性规划模型

LINGO模型的构成：4个段

集合段（SETS　ENDSETS）

数据段（DATA　ENDDATA）

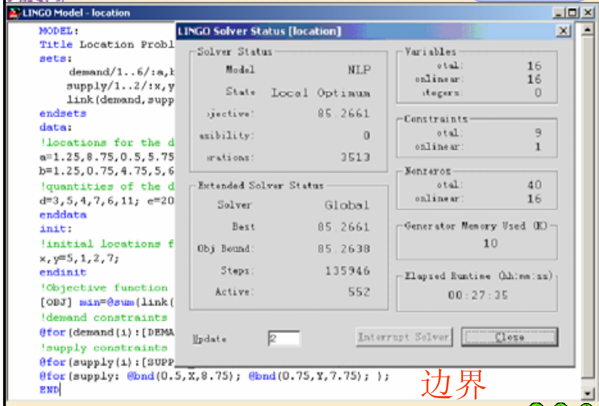
LP：移到数据段

初始段（INIT　ENDINIT）

目标与约束段

局部最优：89.8835(吨公里)

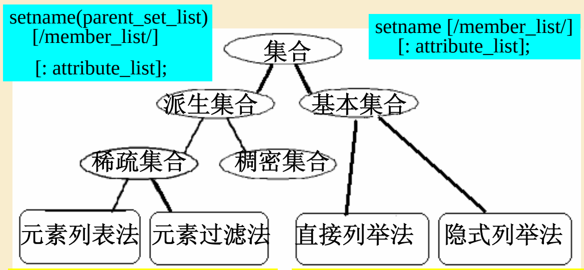
优化模型



边界

优化模型

集合的类型



SETS:
CITIES /A1,A2,A3,B1,B2/;
ROADS(CITIES, CITIES)/
A1,B1 A1,B2 A2,B1 A3,B2/:D;
ENDSETS

SETS:
STUDENTS /S1..S8/;
PAIRS(STUDENTS, STUDENTS) | &2 #GT# &1: BENEFIT, MATCH;
ENDSETS

优化模型

集合元素的隐式列举

类型	隐式列举格式	示例	示例集合的元素
数字型	**1..n**	**1..5**	**1, 2, 3, 4, 5**
字符-数字型	**stringM..stringN**	**Car101..car208**	**Car101, car102, … , car208**
星期型	**dayM..dayN**	**MON..FRI**	**MON, TUE, WED, THU, FRI**
月份型	**monthM..monthN**	**OCT..JAN**	**OCT, NOV, DEC, JAN**
年份-月份型	**monthYearM..monthYearN**	**OCT2001..JAN2002**	**OCT2001, NOV2001, DEC2001, JAN2002**

优化模型

运算符的优先级

三类运算符：

算术运算符　　逻辑运算符　　关系运算符

优先级	运算符
最高	#NOT#　　—（负号）
	^
	*　/
	+　—（减法）
	#EQ#　#NE#　#GT#　#GE#　#LT#　#LE#
	#AND#　#OR#
最低	<(=)　=　>(=)

优化模型

集合循环函数

四个集合循环函数：**FOR、SUM 、 MAX、MIN**

@function(setname [(set_index_list)[| condition]] : expression_list);

Example: $\sum_{(I,J)\in PAIRS} BENEFIT(I,J)*MATCH(I,J)$

[objective] MAX = @SUM(PAIRS(I, J): BENEFIT(I, J) * MATCH(I, J));

@FOR(STUDENTS(I): [constraints]
@SUM(PAIRS(J, K) | J #EQ# I #OR# K #EQ# I: MATCH(J, K)) =1);

@FOR(PAIRS(I, J): @BIN(MATCH(I, J));

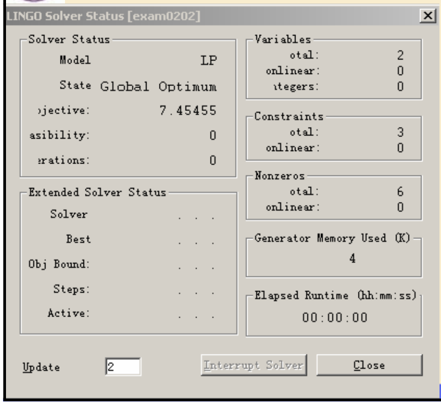
$\sum_{\substack{(J,K)\in PAIRS \\ J=I \quad or \\ K=I}} MATCH(J,K)=1$

MAXB=@MAX(PAIRS(I, J): BENEFIT(I, J));

MINB=@MIN(PAIRS(I, J): BENEFIT(I, J));

优化模型

状态窗口



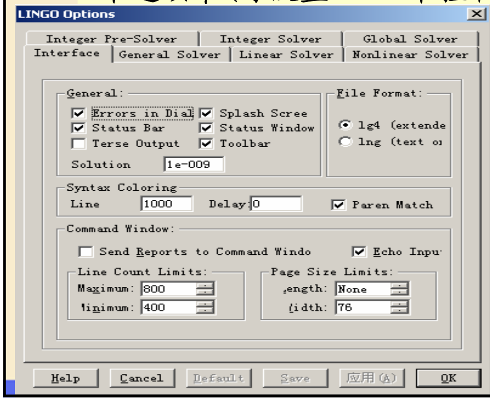
Model Class:
LP，QP，
ILP，IQP，
PILP，PIQP，
NLP，INLP，
PINLP

State:
- Global Optimum
- Local Optimum
- Feasible
- Infeasible
- Unbounded
- Interrupted
- Undetermined

Solver Type:
- B-and-B
- Global
- Multistart

优化模型

7个选项卡(可设置80-90个控制参数)



优化模型

使用外部数据文件

- Cut (or Copy) – Paste 方法
- @FILE 输入数据、@TEXT输出数据（文本文件）
- @OLE函数与电子表格软件（如EXCEL）连接
- @ODBC函数与数据库连接　　程序与数据分离
- LINGO命令脚本文件

常用文件后缀

- LG4 （LONGO模型文件）

文本文件
- LNG （LONGO模型文件）
- LTF （LONGO脚本文件）
- LDT （LONGO数据文件）
- LRP （LONGO报告文件）

优化模型

@FILE和@TEXT：文本文件输入输出

```
MODEL:
SETS:
 MYSET / @FILE('myfile.txt') / :
   @FILE('myfile.txt');
ENDSETS
MIN = @SUM( MYSET( I):
        SHIP( I) * COST( I));
 @FOR( MYSET( I):
      [CON1] SHIP( I) > NEED( I);
      [CON2] SHIP( I) < SUPPLY( I));
DATA:
 COST = @FILE('myfile.txt');
 NEED = @FILE('myfile.txt');
 SUPPLY = @FILE('myfile.txt');
 @TEXT('result.txt')=SHIP,
   @DUAL(SHIP), @DUAL(CON1);
ENDDATA
END
```

myfile.txt文件的内容、格式：

Seattle,Detroit,Chicago,Denver~
COST,NEED,SUPPLY,SHIP~
12,28,15,20~
1600,1800,1200,1000~
1700,1900,1300,1100

演示 MyfileExample.lg4

优化模型

@OLE：与EXCEL连接

```
MODEL:
SETS:
 MYSET: COST,SHIP,NEED,SUPPLY;
ENDSETS
MIN = @SUM( MYSET( I):   SHIP( I) * COST( I));
 @FOR( MYSET( I):
      [CON1] SHIP( I) > NEED( I);
      [CON2] SHIP( I) < SUPPLY( I));
DATA:
 MYSET =@OLE('D:\JXIE\BJ2004MCM\mydata.xls','CITIES');
 COST,NEED,SUPPLY =@OLE(mydata.xls);
 @OLE(mydata.xls,'SOLUTION')=SHIP;
ENDDATA
END
```

mydata.xls文件中必须有下列名称(及数据)：
CITIES，COST，NEED，SUPPLY，SOLUTION

演示 MydataExample.lg4

- 在EXCEL中还可以通过"宏"自动调用LINGO(略)
- 也可以将EXCEL表格嵌入到LINGO模型中(略)

优化模型

@ODBC：与数据库连接

使用数据库之前，数据源需要在ODBC管理器注册

目前支持下列DBMS: (如为其他数据库，则需自行安装驱动)
ACCESS，DBASE，EXCEL，FOXPRO，ORACLE，PARADOX，SQL SERVER，TEXE FILES

输入基本集合元素：
setname/@ODBC(['datasource' [, 'tablename' [, 'columnname']]])/

输入派生集合元素：
setname/@ODBC(['source'[,'table' [, 'column1'[, 'column2'…]]]])/

输入数据：
Attr_list=@ODBC(['source'[,'table' [, 'column1'[, 'column2'…]]]])

输出数据：
@ODBC(['source'[,'table' [, 'column1'[, 'column2'…]]]])= Attr_list

具体例子略

优化模型

4. 建模与求解实例（结合软件使用）

优化模型

建模实例与求解

最短路问题

下料问题

露天矿的运输问题

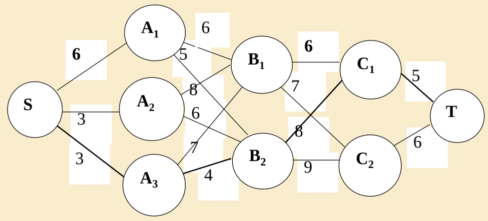
钢管运输问题

电力市场的堵塞管理

优化模型

例 最短路问题

求各点到T的最短路



$$L_i = \min_{(i,j)\in A}\left(c_{ij} + L_j\right), i \neq T$$

$$L_T = 0$$

shortestPath.lg4

优化模型

例 钢管下料

客户需求

原料钢管:每根19米

4米50根　6米20根　8米15根

问题1. 如何下料最节省 ？　节省的标准是什么？

问题2. 客户增加需求：　5米10根

由于采用不同切割模式太多，会增加生产和管理成本，规定切割模式不能超过3种。如何下料最节省？

优化模型

钢管下料　切割模式

按照客户需要在一根原料钢管上安排切割的一种组合。

4米1根　6米1根　8米1根　余料1米

4米1根　6米1根　6米1根　余料3米

8米1根　8米1根　余料3米

合理切割模式的余料应小于客户需要钢管的最小尺寸

优化模型

钢管下料问题1　合理切割模式

模式	4米钢管根数	6米钢管根数	8米钢管根数	余料(米)
1	4	0	0	3
2	3	1	0	1
3	2	0	1	3
4	1	2	0	3
5	1	1	1	1
6	0	3	0	1
7	0	0	2	3

为满足客户需要，按照哪些种合理模式，每种模式切割多少根原料钢管，最为节省？

两种标准

1. 原料钢管剩余总余量最小

2. 所用原料钢管总根数最少

决策变量

x_i~按第i种模式切割的原料钢管根数(i=1,2,…7)

目标1（总余量） $Min\ Z_1=3x_1+x_2+3x_3+3x_4+x_5+x_6+3x_7$

模式	4米根数	6米根数	8米根数	余料
1	4	0	0	3
2	3	1	0	1
3	2	0	1	3
4	1	2	0	3
5	1	1	1	1
6	0	3	0	1
7	0	0	2	3
需求	50	20	15	

约束 满足需求

$4x_1+3x_2+2x_3+x_4+x_5\ge 50$

$x_2+2x_4+x_5+3x_6\ge 20$

$x_3+x_5+2x_7\ge 15$

整数约束： x_i为整数

最优解： x_2=12, x_5=15, 其余为0；

最优值：27

CUT01a.LTX

按模式2切割12根, 按模式5切割15根，余料27米

钢管下料问题1

目标2（总根数） $Min\ Z_2=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$

约束条件不变

$4x_1+3x_2+2x_3+x_4+x_5\ge 50$

$x_2+2x_4+x_5+3x_6\ge 20$

$x_3+x_5+2x_7\ge 15$

x_i为整数

最优解： x_2=15, x_5=5, x_7=5, 其余为0；

最优值：25。

按模式2切割15根，按模式5切割5根，按模式7切割5根，共25根，余料35米

与目标1的结果“共切割27根，余料27米” 相比

CUT01b.LTX

虽余料增加8米，但减少了2根

当余料没有用处时，通常以总根数最少为目标

钢管下料问题2

增加一种需求：5米10根；切割模式不超过3种。

现有4种需求：4米50根，5米10根，6米20根，8米15根，用枚举法确定合理切割模式，过于复杂。

对大规模问题，用模型的约束条件界定合理模式

决策变量

x_i~按第i种模式切割的原料钢管根数(i=1,2,3)

r_{1i}, r_{2i}, r_{3i}, r_{4i}~ 第i种切割模式下，每根原料钢管生产4米、5米、6米和8米长的钢管的数量

钢管下料问题2

目标函数（总根数） $Min\ \ x_1+x_2+x_3$

约束条件 满足需求

$r_{11}x_1+r_{12}x_2+r_{13}x_3\ge 50$

$r_{21}x_1+r_{22}x_2+r_{23}x_3\ge 10$

$r_{31}x_1+r_{32}x_2+r_{33}x_3\ge 20$

$r_{41}x_1+r_{42}x_2+r_{43}x_3\ge 15$

模式合理：每根余料不超过3米

$16\le 4r_{11}+5r_{21}+6r_{31}+8r_{41}\le 19$

$16\le 4r_{12}+5r_{22}+6r_{32}+8r_{42}\le 19$

$16\le 4r_{13}+5r_{23}+6r_{33}+8r_{43}\le 19$

整数约束： x_i, r_{1i}, r_{2i}, r_{3i}, r_{4i} (i=1,2,3) 为整数

整数非线性规划模型

钢管下料问题2

增加约束，缩小可行域，便于求解

需求：4米50根，5米10根，6米20根，8米15根

每根原料钢管长19米

原料钢管总根数下界： $\left\lceil \dfrac{4\times 50+5\times 10+6\times 20+8\times 15}{19}\right\rceil=26$

特殊生产计划：对每根原料钢管

模式1：切割成4根4米钢管，需13根；

模式2：切割成1根5米和2根6米钢管，需10根；

模式3：切割成2根8米钢管，需8根。

原料钢管总根数上界：31 $26\le x_1+x_2+x_3\le 31$

模式排列顺序可任定 $x_1\ge x_2\ge x_3$

LINGO求解整数非线性规划模型

Local optimal solution found at iteration: 12211

Objective value: 28.00000

Variable	Value	Reduced Cost
X1	10.00000	0.000000
X2	10.00000	2.000000
X3	8.000000	1.000000
R11	3.000000	0.000000
R12	2.000000	0.000000
R13	0.000000	0.000000
R21	0.000000	0.000000
R22	1.000000	0.000000
R23	0.000000	0.000000
R31	1.000000	0.000000
R32	1.000000	0.000000
R33	0.000000	0.000000
R41	0.000000	0.000000
R42	0.000000	0.000000
R43	2.000000	0.000000

演示cut02a.lg4； cut02b.lg4

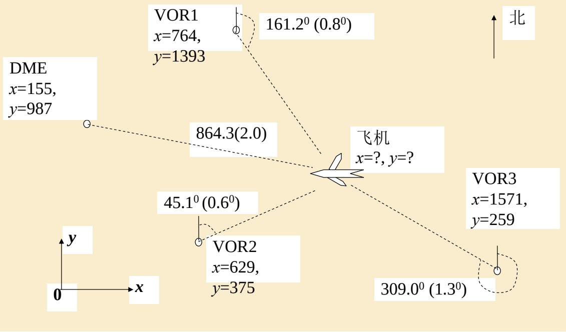
模式1：每根原料钢管切割成3根4米和1根6米钢管，共10根；

模式2：每根原料钢管切割成2根4米、1根5米和1根6米钢管，共10根；

模式3：每根原料钢管切割成2根8米钢管，共8根。

原料钢管总根数为28根。

实例：飞机精确定位问题



飞机与监控台（图中坐标和测量距离的单位是“公里”）

飞机精确定位模型

	x_i	y_i	原始的 θ_i（或d_4）	σ_i
VOR1	746	1393	161.2⁰（2.81347弧度）	0.8⁰（0.0140弧度）
VOR2	629	375	45.1⁰（0.78714弧度）	0.6⁰（0.0105弧度）
VOR3	1571	259	309.0⁰（5.39307弧度）	1.3⁰（0.0227弧度）
DME	155	987	d_4=864.3（km）	2.0（km）

已知数据：设备位置坐标分别为$(x_i, y_i), i=1,\ldots 4$;

记测量角度为θ_i，角度误差为$\sigma_i, i=1,\ldots,3$;

记测量距离为d_4，距离误差为σ_4.

要求计算：飞机位置坐标（x, y）

飞机精确定位模型

第1类模型: 不考虑误差因素

$\text{atan2}(x-x_i, y-y_i)=\theta_i$　　或 $(x-x_i)/(y-y_i)=\tan(\theta_i)$

$\sqrt{(x-x_4)^2+(y-y_4)^2}=d_4$　　或 $(x-x_4)^2+(y-y_4)^2=d_2^2$

超定方程组，

非线性最小二乘！　　量纲不符！

$$\underset{x,y}{Min}\sum_{i=1}^{3}(\text{atan2}(x-x_i, y-y_i)-\theta_i)^2 ? \left(\sqrt{(x-x_4)^2+(y-y_4)^2}-d_4\right)^2$$

$$\underset{x,y}{Min}\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\text{atan2}(x-x_i, y-y_i)}{\theta_i}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{(x-x_4)^2+(y-y_4)^2}}{d_4}\right)^2$$

飞机精确定位模型

第2类模型: 考虑误差因素(作为硬约束)

$\theta_i-\sigma_i \le \text{atan2}(x-x_i, y-y_i) \le \theta_i+\sigma_i$?

$d_4-\sigma_4 \le \sqrt{(x-x_4)^2+(y-y_4)^2} \le d_4+\sigma_4$　　非线性规划

Min x;　Min y;　Max x;　Max y.　　误差非均匀分布！

有人也可能会采用其他目标，如:

以距离为约束，优化角度误差之和（或平方和）；

或以角度为约束，优化距离误差. ?

仅部分考虑误差!

角度与距离的“地位”不应不同！

飞机精确定位模型

第3类模型: 考虑误差因素(作为软约束); 且归一化

误差一般服从什么分布？　　不同的量纲如何处理？

正态分布！　　归一化处理！

$Min\ \ E(x,y)=$　　无约束非线性最小二乘模型

$$\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\text{atan2}(x-x_i, y-y_i)-\theta_i}{\sigma_i}\right)^2+\left(\frac{d_4-\sqrt{(x-x_4)^2+(y-y_4)^2}}{\sigma_4}\right)^2$$

角度需要进行预处理，如利用

Matlab的atan2函数, 值域(-pi, pi)　　**shili0702.m**

飞机坐标(978.31，723.98), 误差平方和0.6685 (<< 4)

飞机精确定位模型

小技巧: **LINGO中没有atan2函数, 怎么办?**

可以直接利用**@tan**函数！　　**exam0507c.lg4**

$\tan\alpha_i=(x-x_i)/(y-y_i)$　　同前面的模型/结果

$$Min\ \ E(x,y)=\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\alpha_i-\theta_i}{\sigma_i}\right)^2+\left(\frac{d_4-\sqrt{(x-x_4)^2+(y-y_4)^2}}{\sigma_4}\right)^2$$

最后: 思考以下模型:　　**exam0507d.lg4**

$$Min\ \ E(x,y)=\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\frac{x-x_i}{y-y_i}-\tan\theta_i}{\tan\sigma_i}\right)^2+\left(\frac{d_4-\sqrt{(x-x_4)^2+(y-y_4)^2}}{\sigma_4}\right)^2$$

- **飞机坐标(980.21，727.30), 误差平方和2.6**
- **与前面的结果有所不同, 为什么? 哪个模型更好?**

优化模型

露天矿生产的车辆安排(CUMCM-2003B)

露天矿里铲位已分成矿石和岩石: 平均铁含量不低于25%的为矿石，否则为岩石。每个铲位的矿石、岩石数量，以及矿石的平均铁含量（称为品位）都是已知的。每个铲位至多安置一台电铲，电铲平均装车时间5分钟

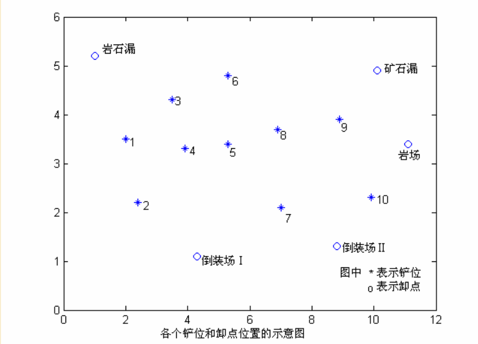
矿石卸点需要的铁含量要求都为29.5%±1%(品位限制），搭配量在一个班次（8小时）内满足品位限制即可。卸点在一个班次内不变。卡车载重量为154吨，平均时速28km,平均卸车时间为3分钟。

卡车在等待时所耗费的能量也是相当可观的，原则上在安排时不应发生卡车等待的情况。

问题：出动几台电铲，分别在哪些铲位上；出动几辆卡车，分别在哪些路线上各运输多少次？

优化模型

平面示意图



优化模型

问题数据

距离	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿石漏	5.26	5.19	4.21	4.00	2.95	2.74	2.46	1.90	0.64	1.27
倒装 I	1.90	0.99	1.90	1.13	1.27	2.25	1.48	2.04	3.09	3.51
岩场	5.89	5.61	5.61	4.56	3.51	3.65	2.46	2.46	1.06	0.57
岩石漏	0.64	1.76	1.27	1.83	2.74	2.60	4.21	3.72	5.05	6.10
倒装 II	4.42	3.86	3.72	3.16	2.25	2.81	0.78	1.62	1.27	0.50

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿石量	0. 95	1. 05	1. 00	1. 05	1. 10	1. 25	1. 05	1. 30	1. 35	1. 25
岩石量	1. 25	1. 10	1. 35	1. 05	1. 15	1. 35	1. 05	1. 15	1. 35	1. 25
铁含量	30%	28%	29%	32%	31%	33%	32%	31%	33%	31%

优化模型

问题分析

与典型的运输问题明显有以下不同:

1. 这是运输矿石与岩石两种物资的问题;
2. 属于产量大于销量的不平衡运输问题;
3. 为了完成品位约束，矿石要搭配运输;
4. 产地、销地均有单位时间的流量限制;
5. 运输车辆只有一种，每次满载运输，154吨/车次;
6. 铲位数多于铲车数意味着要最优的选择不多于7个产地作为最后结果中的产地;
7. 最后求出各条路线上的派出车辆数及安排。

近似处理:

- 先求出产位、卸点每条线路上的运输量(MIP模型)
- 然后求出各条路线上的派出车辆数及安排

优化模型

模型假设

- 卡车在一个班次中不应发生等待或熄火后再启动的情况;
- 在铲位或卸点处由两条路线以上造成的冲突问题面前，我们认为只要平均时间能完成任务，就认为不冲突。我们不排时地进行讨论;
- 空载与重载的速度都是28km/h，耗油相差很大;
- 卡车可提前退出系统，等等。

如理解为严格不等待，难以用数学规划模型来解

个别参数队找到了可行解 （略）

优化模型

符号

- x_{ij}： 从i铲位到j号卸点的石料运量 （车） 单位： 吨;
- c_{ij}： 从i号铲位到j号卸点的距离 公里;
- T_{ij} :从i号铲位到号j卸点路线上运行一个周期平均时间 分;
- A_{ij}： 从号铲位到号卸点最多能同时运行的卡车数 辆;
- B_{ij}： 从号铲位到号卸点路线上一辆车最多可运行的次数 次;
- p_i: i号铲位的矿石铁含量 p=(30,28,29,32,31,33,32,31,33,31) %
- q_j : j号卸点任务需求，q=(1.2,1.3,1.3,1.9,1.3)*10000 吨
- ck_i： i号铲位的铁矿石储量 万吨
- cy_i： i号铲位的岩石储量 万吨
- f_i :描述第i号铲位是否使用的0-1变量，取1为使用；0为关闭。

$$T_{ij}=\frac{i\text{到}j\text{距离}\times 2}{\text{平均速度}}+3+5 \quad A_{ij}=\left\lfloor\frac{T_{ij}}{5}\right\rfloor \quad B_{ij}=\left\lfloor\frac{8\times 60-(A_{ij}-1)\times 5}{T_{ij}}\right\rfloor$$ (近似)

优化模型

$$\min \sum_{i=1}^{10}\sum_{j=1}^{5} x_{ij}\times c_{ij}$$

（1）道路能力(卡车数)约束

$$x_{ij} \le A_{ij}\times B_{ij},\ i=1,\cdots,10,\ j=1,\cdots,5$$

（2）电铲能力约束

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} \le f_i \times 8\times 60/5,\ i=1,\cdots,10$$

（3）卸点能力约束

$$\sum_{i=1}^{10} x_{ij} \le 8\times 20,\ j=1,\cdots,5$$

（4）铲位储量约束

$$\left.\begin{array}{l} x_{i1}+x_{i2}+x_{i5} \le ck_i \times 10000/154 \\ x_{i3}+x_{i4} \le cy_i \times 10000/154 \end{array}\right. ,\ i=1,\cdots,10$$

（5）产量任务约束

$$\sum_{i=1}^{10} x_{ij} \ge q_j/154,\ j=1,\cdots,5$$

（6）铁含量约束

（7）电铲数量约束

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{10} x_{ij}\times(p_i-30.5)\le 0 \\ \sum_{i=1}^{10} x_{ij}\times(p_i-28.5)\ge 0 \end{array}\right\},\ j=1,2,5$$

（8）整数约束

$$\sum_{i=1}^{10} f_i \le 7$$

x_{ij}为非负整数

f_i为0-1整数

计算结果（LINGO软件）

注: LINGO7.0是可以得到最优解的
LINGO8.0来解出现系统错误, 可能是系统BUG

cumcm2003b1.lg4

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿漏		13						54		11
倒 I		42		43						
岩场									70	15
岩漏	81		43							
倒 II		13	2							70

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿石漏		0.867						1.862		0.314
倒场 I		1.077		1.162						
岩场									1.892	0.326
岩石漏	1.841		1.229							
倒场 II		0.684	0.1							1.489

计算结果（派车）

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿石漏								1 (29)		
倒场 I		1 (39)		1 (37)						
岩场									1 (37)	
岩石漏	1(44)		1 (35)							
倒场 II										1 (47)

此外：6辆联合派车（方案略）

结论：
铲位1、2、3、4、8、9、10处各放置一台电铲。
一共使用了13辆卡车；总运量为85628.62吨公里；
岩石产量为32186吨；矿石产量为38192吨。

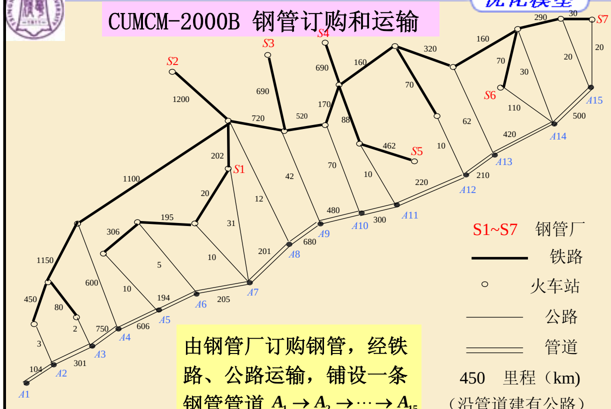
最大化产量

目标函数变化

此外：车辆数量（20辆）限制（其实上面的模型也应该有）

结论：
（略）

CUMCM-2000B 钢管订购和运输



由钢管厂订购钢管，经铁路、公路运输，铺设一条钢管管道 $A_1\to A_2\to\cdots\to A_{15}$

钢厂的产量和销价（1单位钢管=1km管道钢管）

钢厂 i	1	2	3	4	5	6	7
产量上限 s_i	800	800	1000	2000	2000	2000	3000
销价 p_i（万元）	160	155	155	160	155	150	160

钢厂产量的下限：500单位钢管

1单位钢管的铁路运价

里程(km)	≤300	301～350	351～400	401～450	451～500
运价(万元)	20	23	26	29	32

里程(km)	501～600	601～700	701～800	801～900	901～1000
运价(万元)	37	44	50	55	60

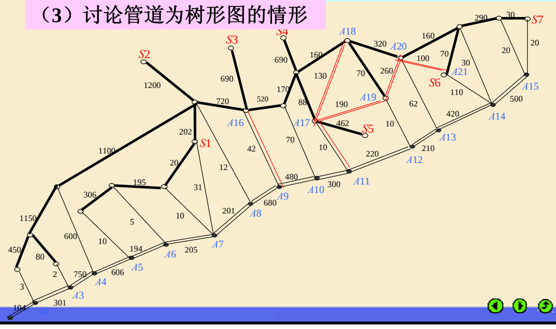
1000km以上每增加1至100km运价增加5万元

1单位钢管的公路运价：0.1万元/km（不足整公里部分按整公里计）

（1）制定钢管的订购和运输计划，使总费用最小.

（2）分析对购运计划和总费用影响：哪个钢厂钢管销价的变化影响最大；哪个钢厂钢管产量上限的变化影响最大？

（3）讨论管道为树形图的情形



钢管运输问题 (CUMCM-2000B)

- 常用解法: 二次规划

  先计算最小运费矩阵

  ➢两种运输方式（铁路 / 公路）混合最短路问题

  ➢是普通最短路问题的变种，需要自己设计算法

难点：公路运费是里程的线性函数，而铁路运费是里程的分段阶跃函数，故总运费不具可加性。因而计算最短路常用的Dijkstra算法、Floyd算法失效。

需要对铁路网和公路网进行预处理，才能使用常用算法，得到最小购运费用路线。

- 其他解法: 最小费用流-网络优化模型

  (清华队, 获当年的惟一最高奖-网易杯)

钢管运输问题 (CUMCM-2000B)

基本的决策变量: x_{ij}是从钢厂i运到节点j的钢管量

y_j是从节点j向左铺设的钢管量；z_j是向右铺设的钢管量

约束 $\sum_{j=1}^{15} x_{ij}\in\{0\}\cup[500,s_i]\ \ (i=1,2,\cdots,7)$ 的处理

j

y_j　z_j

a) **分解为** $\sum_{j=1}^{15} x_{ij}=0$**和**$500\le\sum_{j=1}^{15} x_{ij}\le s_i(i=1,\cdots 7)$**共**$2^7$**个子问题**

b) 先松弛为　$0\le\sum_{j=1}^{15} x_{ij}\le s_i(i=1,\cdots 7)$求解，再对解中满足

$0\le\sum_{j=1}^{15} x_{ij}\le 500$ 的那些　i，分解为子问题求解。

*c)*引入0-1变量f_i表示钢厂i是否使用

钢管运输问题 (CUMCM-2000B)

f_i表示钢厂i是否使用；x_{ij}是从钢厂i运到节点j的钢管量

y_j是从节点j向左铺设的钢管量；z_j是向右铺设的钢管量

$$Min\sum_{i,j}(p_i+c_{ij})x_{ij}+\frac{0.1}{2}\sum_{j=1}^{15}[(1+y_j)y_j+(1+z_j)z_j]$$

j

y_j　z_j

$$s.t.\quad 500f_i\le\sum_{j=1}^{15}x_{ij}\le S_i\times f_i,\qquad i=1,\ldots,7.$$

$$\sum_{i=1}^{7}x_{ij}\le y_j+z_j,\qquad j=1,\ldots,15.$$

$$y_{j+1}+z_j=b_j\qquad j=1,\ldots,14.$$

$$y_1=z_{15}=0,$$

$$f_i=0,1,\qquad i=1,\ldots,7.$$

cumcm2000b.lg4

- **LINDO/LINGO得到的结果比matlab得到的好**

问题2: 分析对购运计划和总费用影响(哪个钢厂销价变化影响最大；哪个钢厂产量上限变化影响最大)

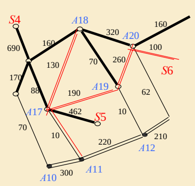
规划问题的灵敏度分析

问题3：管道为树形图

$$\min\sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{21}c_{ij}x_{ij}+0.05\sum_{j=1}^{21}\sum_{(jk)\in E}(y_{jk}^2+y_{jk})$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{21}x_{ij}\in\{0,[500,s_i]\},\ \sum_{i=1}^{7}x_{ij}=\sum_{(jk)\in E}y_{jk},$$

$$y_{jk}+y_{kj}=b_{jk},\ x_{ij},y_{jk}\ge 0,$$



(jk)是连接A_j,A_k的边，E是树形图的边集，l_{jk}是(jk)的长度，y_{jk}是由A_j沿(jk)铺设的钢管数量

钢管运输问题 (CUMCM-2000B)

论文中发现的主要问题

1）针对题目给的数据用凑的方法算出结果，没有解决这类问题的一般模型

2）局部最优，如将管道分为左右两段，分别寻求方案；如将问题分为购运和铺设两部分，分别寻优（会导致每段管道都从两端铺到中点）

3) 约束条件 $\sum_{j=1}^{15}x_{ij}\in\{0\}\cup[500,s_i]$ **的处理不正确**

4）由S_i至A_j的最小购运费用路线及最小费用c_{ij} 不对

5）数字结果相差较大(如最小费用应127.5至128.2亿元)

优化模型

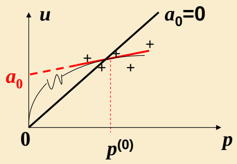
2004 B题 电力市场的输电阻塞管理

1. 确定各线路上潮流关于各发电机组出力的近似表达式

$$u_j = f_j(p_1, p_2, \cdots p_n),\quad j=1,\cdots m=6,\ n=8$$

当前时段各发电机组出力 $p_1^{(0)}, \ldots, p_n^{(0)}$，线路潮流 $u_j^{(0)}$

$$u_j = u_j^{(0)} + \frac{\partial f_j}{\partial p_1}\Big|_{p^{(0)}}(p_1 - p_1^{(0)}) + \cdots + \frac{\partial f_j}{\partial p_n}\Big|_{p^{(0)}}(p_n - p_n^{(0)}) = a_0 + a_1 p_1 + \cdots + a_n p_n$$



• 答卷中的问题：没有常数项 a_0；没有统计检验

优化模型

2. 设计一种简明、合理的阻塞费用计算规则

阻塞调整引起的损失：

序内机组少出力；序外机组多出力。

第i台机组第k段分配出力$p_{ik}^{(0)}$，段价$g_{ik}^{(0)}$；清算价$g^{(0)}$；调整后出力p_{ik}，

序内机组的损失 $E_{ik} = (g^{(0)} - g_{ik}^{(0)})(p_{ik}^{(0)} - p_{ik})\Delta t$

序外机组的损失 $F_{ik} = (g_{ik}^{(0)} - g^{(0)})(p_{ik} - p_{ik}^{(0)})\Delta t$ $(p_{ik}^{(0)} = 0)$

对序内、序外机组损失同等对待的阻塞费用 $S = \sum_{i,k}(E_{ik} + F_{ik})$

• 答卷中的问题：未考虑不同段的段价。

优化模型

3. 给定下时段的需求预报，寻求各机组的出力分配预案

按照各机组的各段段价由低到高的顺序，选取各机组的段容量，直到其和等于需求预报。 $\sum_{i,k} p_{ik}^{(0)} = P$

选取过程要考虑各机组爬坡速率的限制

各机组的出力分配预案和清算价同时得到。 $\sum_k p_{ik}^{(0)} = p_i^{(0)}$

• 答卷中的问题：未给出一般算法（只是具体结果）

优化模型

4. 检查分配预案是否会引起输电阻塞，并在发生阻塞时，根据安全且经济的原则，调整分配方案，给出与该方案相应的阻塞费用。

模型一：发生阻塞时以阻塞费用最小为目标，调整各机组出力。

$\min_{p_i} S$

$s.t. \sum_{i,k} p_{ik} = \sum_i p_i = P$ 满足需求

$u_j = f_j(p_1, \cdots, p_n)$ 潮流与机组出力关系

$|u_j| < u_{mj}$ 潮流限制

$p_i^{(0)} - v_i\Delta t < p_i < p_i^{(0)} + v_i\Delta t$ 爬坡速率约束

$p_i < p_{mi}$ 机组出力上限

优化模型

模型二：当模型一无可行解时，以安全裕度利用率最小为目标，调整各机组出力。

线路安全裕度 r_j，安全裕度利用率 q_j

$$\min_{p_i}\{\max_j q_j\}$$

$$s.t. \sum_{i,k} p_{ik} = \sum_i p_i = P$$

$$u_j = f_j(p_1, \cdots p_n)$$

$$|u_j| < (1 + q_j r_j)u_{mj},\ 0 \le q_j \le 1$$

$$p_i^{(0)} - v_i\Delta t < p_i < p_i^{(0)} + v_i\Delta t$$

$$p_i < p_{mi}$$

优化模型

模型三：在模型二最优解 q^*基础上，以阻塞费用最小为目标，调整各机组出力。

$$\min_{p_i} S$$

$$s.t. \sum_{i,k} p_{ik} = \sum_i p_i = P$$

$$u_j = f_j(p_1, \cdots p_n)$$

$$|u_j| < (1 + q_j r_j)u_{mj},\ q_j \le q^*$$

$$p_i^{(0)} - v_i\Delta t < p_i < p_i^{(0)} + v_i\Delta t$$

$$p_i < p_{mi}$$

• 答卷中的问题：模型不完整。

优化模型

CUMCM其他优化赛题

飞行管理问题

空洞探测问题

钻井布局问题

抢渡长江问题

等等

优化模型

主要参考文献

谢金星, 薛毅: 优化建模与LINDO/LINGO优化软件, 清华大学出版社, 将于2005年7月出版.

http://faculty.math.tsinghua.edu.cn/~jxie/lindo

优化模型

Thank you for your attendance!

最后，祝大家
在数学建模活动中
取得更大的成绩！

That’s all. Any Questions?